

Quiz #8

PHIL-205-01:Symbolic Logic

Blizzard MacDougall

11/05/2021

1 Section 1

Annotate the following proof:

1. $(P \rightarrow R) \vee (Q \rightarrow R)$	
2. $P \wedge Q$	
3. $P \rightarrow R$	
4. P	\wedge Elim: 2
5. R	\rightarrow Elim: 3, 4
6. $Q \rightarrow R$	
7. Q	\wedge Elim: 2
8. R	\rightarrow Elim: 6, 7
9. R	\vee Elim: 1, 3–5, 6–8
10. $(P \wedge Q) \rightarrow R$	\rightarrow Intro: 2–10
11. $(P \wedge Q) \rightarrow R$	
12. $\neg[(P \rightarrow R) \vee (Q \rightarrow R)]$	
13. $\neg(P \rightarrow R) \wedge \neg(Q \rightarrow R)$	DeM: 12
14. $\neg(P \rightarrow R)$	\wedge Elim: 13
15. $\neg(Q \rightarrow R)$	\wedge Elim: 13
16. P	
17. Q	
18. $P \wedge Q$	\wedge Intro: 16, 17
19. R	\rightarrow Elim: 11, 18
20. $Q \rightarrow R$	\rightarrow Intro: 17–19
21. \perp	\perp Intro: 15, 20
22. R	X: 21
23. $P \rightarrow R$	\rightarrow Intro: 16–22
24. \perp	\perp Intro: 14, 23
25. $\neg\neg[(P \rightarrow R) \vee (Q \rightarrow R)]$	\neg Intro: 12–24
26. $[(P \rightarrow R) \vee (Q \rightarrow R)]$	DNE: 25
27. $[(P \rightarrow R) \vee (Q \rightarrow R)] \leftrightarrow [(P \wedge Q) \rightarrow R]$	\leftrightarrow Intro: 1–10, 11–26

2 Section 2

Prove one or both of the following theorems:

$$1. \vdash [P \rightarrow (Q \rightarrow R)] \leftrightarrow [Q \rightarrow (P \rightarrow R)]$$

	1. $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$			
		2. Q		
			3. P	
			4. $Q \rightarrow R$	\rightarrow Elim: 1, 3
			5. R	\rightarrow Elim: 4, 2
			6. $P \rightarrow R$	\rightarrow Intro: 3–5
		7. $Q \rightarrow (P \rightarrow R)$		\rightarrow Intro: 2–6
		8. $Q \rightarrow (P \rightarrow R)$		
			9. P	
				10. Q
				11. $P \rightarrow R$
				12. R
				13. $Q \rightarrow R$
			14. $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$	\rightarrow Elim: 8, 10
				\rightarrow Elim: 11, 9
				\rightarrow Intro: 10–12
				\rightarrow Intro: 9–13
		15. $[P \rightarrow (Q \rightarrow R)] \leftrightarrow [Q \rightarrow (P \rightarrow R)]$		\leftrightarrow Intro: 1–7, 8–14

$$2. \vdash (Q \leftrightarrow S) \rightarrow [(P \wedge Q) \leftrightarrow (P \wedge S)]$$

	1. $Q \leftrightarrow S$	